

讓時頻分析更可重現：複數球面設計與ConceFT

ACHA 54 (2021), 137–144 | 兩頁中文導讀

研究問題：在雜訊中看清變動的頻率

心搏、腦波等訊號的頻率與振幅會隨時間改變，單看整段頻譜容易丟失短暫事件。同步壓縮轉換SST讓時頻圖更集中，但在低訊雜比時仍可能出現散斑或模糊。本文以複數球面設計改進ConceFT的視窗取樣，使同一資料與設定產生固定結果，並以模擬訊號及睡眠腦波展示用途。

ConceFT先前如何平均許多視窗？

先選 J 個正交標準視窗 $h_1, \dots, h_J$ ，再以單位向量 x 作係數，形成 $h_x = \sum x_j h_j$ 。對各視窗分別計算SST，最後平均其幅值。原始ConceFT在實球面隨機取 x ，也可推廣到複數單位球面。非線性SST與多視窗平均結合，讓訊號的共同頻率結構保留，同時減弱隨視窗改變的雜訊圖樣。

核心改進：把隨機取樣換成均勻設計

固定有限視窗數時，隨機係數會使不同次執行略有差異；大量增加取樣雖能穩定結果，也提高運算成本。作者改用準均勻實球面設計或複數球面設計作確定性的積分節點，分別命名QU-ConceFT與CQU-ConceFT。它們與隨機RU、CRU版本比較；「複數」是視窗混合係數，不表示輸入生理訊號必須是複數。

數學表達：球面數值積分

給節點 x_k 與權重 w_k ， $C_f(t, v) = [\sum w_k |SST(h_{x_k} f(t, v))|^q]^{1/q}$ ， $q > 0$ 。球面設計使用等權 $w_k = 1/N$ ，本文實驗皆 $q=1$ 。理想ConceFT則把有限和改為整個係數球面的積分。設計對指定低次多項式精確積分，提供分布良好的節點；SST幅值不是一般低次多項式，因此不能宣稱有限設計已精確計算理想ConceFT。

為何視窗數與節點數不同？

J 是起始正交視窗數， N 是混合視窗數。模擬中各ConceFT版本採前三個Hermite視窗，即 $J=3$ ；實球面7-design用 S^2 上32節點，複數三角4-design用 Ω_3 上40節點，後者由 S^5 上的實4-design取得。RU與CRU示例各用32隨機點。普通MT-SST用六個Hermite視窗；更多視窗的時頻展寬可能使曲線模糊。

讓時頻分析更可重現：複數球面設計與ConceFT

ACHA 54 (2021), 137–144 | 兩頁中文導讀

模擬資料與評估指標

作者產生兩個振幅及瞬時頻率隨時間變動的振盪成分，活動區間分別為5至16秒與0至10秒，再加白色高斯雜訊。資料長16秒、取樣100Hz，主要例子訊雜比約0.11dB。把各時間切片的時頻能量正規化後，以最優傳輸距離OTD比較估計圖與由真實瞬時頻率形成的理想圖，再對時間平均；OTD較小表示更接近真實頻率分布。

數值結果顯示穩定性，也有條件限制

100次模擬比較中，實設計版相對實隨機版的OTD平均與標準差較小；複數設計版平均低於複數隨機版，但兩者標準差接近。作者另測試-7至7dB，在高訊雜比區域也觀察到隨機版勝過對應設計版。因此成果是消除視窗抽樣隨機性並取得相近或較好的實驗表現，不是證明每個訊號、每個訊雜比都嚴格優於隨機法。

腦波案例：把睡眠紡錘波看得更清楚

來源展示一位受試者的C3A2腦波，以200Hz取樣，睡眠分期由兩位專家共識標記。30秒N2睡眠片段中，約14Hz的紡錘波在時頻圖中呈現短暫帶狀結構。兩種ConceFT相較單視窗SST有較少散斑，而CQU提供至少相近的可視化品質及固定視窗。此例是方法展示，沒有提供大規模診斷準確率或自動偵測效能。

解讀界線與後續研究

文章討論被慢波重疊的可能紡錘結構，但未完成其生理意義與臨床效度研究。自動辨認不同紡錘波、連結睡眠動態，是作者列出的未來工作。設計版可重現性指固定節點、資料與設定時消除視窗抽樣變異；它不會消除生理變異、資料雜訊或所有數值誤差。公平比較亦應留意示例中32與40節點的運算量不同。

跨領域意義與正式來源

本篇把離散幾何的球面設計，轉化為訊號處理中的可重現數值積分方案，展現純數學構造與生理資料分析的連結。合作作者包括Sourisseau、Wang、Womersley、Wu與Yu；正式刊於Applied and Computational Harmonic Analysis 54 (2021)，137–144，DOI:10.1016/j.acha.2021.02.003。導讀依已找回的8頁正式刊行全文及附錄，不以摘要推測實驗內容。